

ALUBase Matemática

Querido aluno,

O presente material tem por objetivo revisar e praticar conceitos matemáticos do ensino fundamental. Diversos itens foram criados com base em etapas essenciais para a solução de questões de matemática, física e química dos últimos vestibulares da UnB. Lembrem-se de que uma boa base matemática facilitará muito a compreensão das aulas de exatas que ocorrerão ao longo do semestre. Cumprir essa etapa completamente é um desafio a se vencer imediatamente.

Bom estudo a todos,

Professores Daniel Barros e Guilherme Girão

1ª Aula

EQUAÇÕES ELEMENTARES

Exercícios de sala

Nos itens de 1 a 4 encontre o valor de x.

1

2 $7 - 2x - \frac{1-3x}{7} = 2 - \frac{2x-1}{3}$

3 $(x+2)^3 - (x-2)^3 = 12(x^2 - x) - 8$

4 $\frac{2x-3}{3x+5} = 0$

5 Julgue: Sabendo que a e b são as raízes da equação $3x^2 - 17x + 6 = 0$, então $(a+3)(b+3) = 28$.

6 Resolva a equação: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

7 (Unicamp-SP) Em uma empresa, $\frac{1}{3}$ dos funcionários tem idade

menor que 30 anos, $\frac{1}{4}$ tem idade entre 30 e 40 anos e 40

funcionários têm mais de 40 anos.

- a) Quantos funcionários tem a referida empresa?
b) Quantos deles têm pelo menos 30 anos?

Exercícios Complementares

Nos itens de 8 a 13 encontre o valor de x.

8 $\frac{7x+4}{5} - x = \frac{3x-5}{2}$

9 $x - \frac{3x-2}{5} = 3 - \frac{2x-5}{3}$

10 $\frac{x-3}{8} + \frac{x+9}{12} = \frac{3x+7}{20} + 3$

11 $\frac{x}{6} - \frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5} - \frac{x}{3}\right) = 0$

12 $\frac{9x+7}{2} - \left(x - \frac{x-2}{7}\right) = 36$

13 $\frac{2x-13}{2x-16} + \frac{2(x-6)}{x-8} = \frac{7}{8} + \frac{2(5x-39)}{3x-24}$

14 Demonstre a fórmula de Bháskara.

15 Mostre que, em qualquer equação do segundo grau com $a = 1$, o coeficiente do termo de primeiro grau é o oposto da soma das raízes e o termo independente é o produto das raízes dessa equação.

Resolva, em \mathbb{R} , as equações seguintes, sem utilizar a fórmula de Bháskara

16 $\frac{2}{5} + \frac{2}{15x^2} - 7 = 0$

17 $5(4x^2 - 1) - 3(3x^2 - 8) = 15$

Resolva, em \mathbb{R} , as equações seguintes:

18 $2x^2 - 5x + 2 = 0$

19 $\frac{x^2 + 2x + 3}{4} - \frac{2x - 1}{6} = \frac{3x^2 + 2x}{8}$

20 $\frac{2}{2-x} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2x-x^2}$

2ª Aula

EQUAÇÕES ELEMENTARES

Exercícios de Sala

1 Encontre x e y no sistema $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x + 3 \end{cases}$

2 Seja $V_C = \pi \cdot R^2 \cdot h$ e $V_E = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$, calcule $\frac{V_C}{V_E}$ sendo $h = R$.

3 Sabendo que $R = 6400$ e $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$, calcule d da equação:
 $d^2 = 2 \cdot R^2 - 2 \cdot R^2 \cdot \cos 120^\circ$

4 Julgue: Seja $F_1 = \frac{GMm}{R^2}$, $F_2 = m\omega^2 R$ e $V = \omega R$, é correto

afirmar que $V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, se $F_1 = F_2$.

5 Seja $\pi = 3,14$, $GM = 4 \cdot 10^5$, $h = 35600$, $R = 6400$. Com esses

dados calcule o valor de Δt da expressão $\frac{2\pi(R+h)}{2\Delta t} = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}$.

6 Julgue: Se $\omega_i = \frac{2\pi}{T_i} \cdot \frac{R+h_1}{R+h_2} = 2$ e $\frac{(R+h_1)^3}{(R+h_2)^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$, com $i=1$ ou

2, então $\omega_1 = 8\omega_2$.

7 Resolva a seguinte equação do 2º Grau: $-5t^2 + 4\sqrt{3}t - 1,15 = 0$.

8 $M = C \cdot (1+i)^n$, sendo $C = 10000$, $i = 0,1$ e $n = 4$.

9 Resolva a seguinte equação exponencial: $\frac{5}{8}(1-5^{-x}) = \frac{1}{2}$.

Exercícios Complementares

10 Durante a discussão da reforma do sistema previdenciário, na década de 1990, aventou-se a hipótese de ser adotada a chamada "fórmula 95". Segundo ela, os trabalhadores teriam direito à aposentadoria quando a soma do número de anos trabalhados com a idade do trabalhador fosse igual a 95. Com que idade poderia aposentar-se uma pessoa que tivesse começado a trabalhar com 23 anos?

11 Duas velas de mesmo comprimento são acesas simultaneamente. A primeira queima completamente em 4 horas e a segunda, em 3 horas. Depois de acesas, em quanto tempo uma delas terá o triplo do comprimento da outra?

12 Foram compradas algumas garrafas de um bom vinho por 540 reais. Por ter obtido um desconto de 15 reais no preço de cada garrafa, foi possível comprar 3 garrafas a mais do que previsto originalmente. Quantas garrafas foram adquiridas?

3ª Aula

DESENVOLVIMENTO E FATORAÇÃO

Exercícios de Sala

Desenvolva as expressões seguintes:

1 $2a \cdot b \cdot (a^2 - 5b)$

2 $(x+y)(x-y)$

3 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

4 $(x+y+z)^2$

5 $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$

6 $12a^2b - 18ab^2 - 30ab^3$

7 $35x^6 - 42x^{12}$

8 $(2a+3b)(a-b) + (2a-3b)(b-a)$

Fatore as expressões seguintes

9 $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$

10 $25 - a^2b^4$

11 $1,44x^2 - 0,01$

12 $x^2 - 18x + 77$

13 $4c^2 - 28cd + 49d^2$

Exercícios Complementares

Desenvolva as expressões seguintes:

14 $(a+b)(x+y)$

15 $(-a-b)(a+b)$

16 $(\sqrt{123} + \sqrt{122})(\sqrt{123} - \sqrt{122})$

17 $(2x-3y)^2$

18 $(2x+y)(4x^2 + y^2 - 2xy)$

19 $(22abc^2d^3)(0,5a^2bcx^3)$

20 $2x^2(x - \frac{1}{2}x^2 - 4)$

21 $(a^n + b^n)^2$

Fatore as expressões seguintes

22 $5xy^3 - 6a + 10y^2 - 3axy$

23 $(2p-3)(4p^2+6p+9) + (p+3)(p^2-3p+9)$

24 $(x-2)^3 - x(x-3)^2$

25 $x^2 + 4x + 3$

26 $(ax-by)^2 + (bx+ay)^2$

27 $(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2$

28 $12ln^2 - (3n+2t)^2$

29 $4t^2 - 20tn + 25n^2 - 36$

30 $-p^4 + 6p^2k - 9k^2$

31 $5p^{2n}q^n + 15p^{5n}q^{2n}$

Racionalize os denominadores:

32 $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$

33 $\frac{2}{2\sqrt{3}-4}$

34 $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$

4ª Aula

POTENCIAÇÃO E RADICAÇÃO

Exercícios de Sala

1 Calcule:

a) $(-3)^2$ b) -3^2 c) -2^3 d) $-(-2)^3$

2 Se $n \in \mathbb{N}$, calcule o valor de $A = (-1)^{2n} - (-1)^{2n+3} + (-1)^{3n} - (-1)^n$.

3 Julgue os itens:

(1) $\frac{0,00001 \cdot (0,01)^2 \cdot 10000}{0,001} = (0,1)^2$.

(2) $2\sqrt{2^{-1}\sqrt{2^{-1}}} = 4\sqrt{2^{-1}}$

(3) Se $x \in \mathbb{R}$ e $3^{2x} = 4$, então $3^{-3x} = 0,125$.

(4) $0,0003 = \frac{1}{3} \cdot 10^{-3}$.

(5) $(\sqrt[5]{2^6})^5 = 64$.

(6) $(2^n + 2^{n-1})(3^n - 3^{n-1}) = 6^n$

4 Simplifique $(a^4 \cdot b^3)^3 \cdot (a^2 \cdot b)^2$.

5 Simplifique a expressão: $\frac{2^{n+4} + 2^{n+2} + 2^{n+1}}{2^{n-2} + 2^{n-1}}$.

6 Julgue: comparando-se os números $x = 0,008 \cdot 10^{-15}$ e $y = 4000 \cdot 10^{-10}$, podemos afirmar que $x = 5y$.

7 Resolva as seguintes equações exponenciais:

a) $5^x = \frac{1}{125}$ b) $4^x = 512$ c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{4x} = 0,25$ d) $3^x = \sqrt[5]{27}$

8 Julgue: Se n é um número natural maior que 1, a

expressão $\sqrt[n]{\frac{20}{4^{n+2} + 2^{2n+2}}} = \frac{1}{4}$.

9 Calcule o valor de $x = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}}$.

10 Julgue: Se $A = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$ e $B = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$, então $A^2 + B^2 = 1$.

5ª Aula

PORCENTAGEM E JUROS

Exercícios de Sala

- 1 15% de um número é igual a 60. Calcule esse número.
2 Julgue os seguintes itens:

- (1) 300% de x é igual a $3x$.
(2) Se uma mercadoria sofre um aumento de 13% no seu preço x , então o seu novo valor será $1,13x$.
(3) Se uma mercadoria sofre uma redução de 25% no seu preço x , então o seu novo preço será de $0,75x$.
(4) Aumentar 60% significa multiplicar por 1,06.
(5) Diminuir 7% significa multiplicar por 0,93.
(6) 30% de 20% é igual a 600%.

(7) $\sqrt{4\%} = 20\%$

(8) O juro simples produzido por um capital de R\$ 13.000,00 empregado a 12% a.a., durante 5 anos é de R\$ 7.800,00.

3 Julgue: Um terreno (I) tem a forma de um quadrado de área A .

Outro terreno tem forma de um trapézio, de área $\frac{3A}{2}$. É correto afirmar que a área do terreno II é 60% maior que a área do terreno I.

4 Julgue: Uma quantia sofre um aumento de 10% e em seguida um desconto também de 10%, assim a quantia final será a mesma da inicial.

5 Uma salina produz 18% de sal, em volume da água que é levada a evaporar. Para produzir 117 m^3 de sal, quanta água precisa ser represada?

6 Julgue: Se o IPC-Br medido pelo IBGE no mês de julho foi de 0,28% e no mês de agosto, foi de 0,37%, ambos no ano de 2007, isso significa que o aumento percentual dos preços ao consumidor acumulado nesses dois meses foi de aproximadamente 0,65%?

7 Em um colégio, 46% dos discentes são meninas. Se os meninos somam 432, então o número total de estudantes é 800.

8 A fim de atrair a clientela, uma loja anunciou um desconto de 20% na compra à vista de qualquer mercadoria. No entanto, para não ter redução na margem de lucro, a loja reajustou previamente seus preços de forma que, com o desconto, os preços retornassem aos seus valores iniciais. Determine a porcentagem do reajuste feito antes do desconto anunciado.

9 Uma loja de CD's e DVD's vende seus produtos com um lucro de 75% sobre o preço de venda. Calcule o lucro dessa loja sobre o preço de custo.

10 Julgue: Daniel, Girão e Hara compraram em parceria um bilhete de rifa por R\$ 300,00 que sorteado pagou um prêmio de R\$ 300.000,00. No rateio do prêmio coube a Hara o dobro da quantia paga a Daniel. O lucro líquido de Girão correspondeu a 39,96% do total do prêmio. A quantia, em reais, paga por Daniel, na compra do bilhete foi de R\$ 60,00.

Exercícios Complementares

11 O martini seco é obtido misturando-se 1 parte de vermute e 15 partes de gim. O martini doce é obtido misturando-se 1 parte de vermute e 5 partes de gim. O teor alcoólico do vermute é de 20% e do gim, 40%. Algumas pessoas preferem o martini seco por acharem melhor o seu gosto. Outras preferem o martini doce por acreditarem que ele possui teor alcoólico muito inferior ao do martini seco. Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

- (1) Se uma pessoa beber 600ml de martini doce, então ela terá ingerido mais de 200ml de álcool.
(2) A preferência pelo martini doce não é inteiramente justificável, uma vez que a diferença entre os teores alcoólicos dos dois tipos de martini é inferior a 3%.
(3) Se uma dose de martini seco for misturada a uma dose igual de martini doce, então o teor alcoólico da mistura será superior a 37%.

12 Uma pessoa investiu certo capital, por um período de 5 anos, da seguinte maneira: com 2/5 do capital, comprou ações da bolsa de valores; do restante, aplicou metade em imóveis e metade em caderneta de poupança. Ao final de 5 anos, ele contabilizou um prejuízo de 2% na aplicação em ações, um ganho de 20% na aplicação imobiliária e um ganho de 26% na aplicação em poupança. Calcule, em relação ao capital inicial, o percentual ganho pelo investidor, desprezando a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

13 Julgue: As promoções do tipo “leve 3 e pague 2”, comuns no comércio, acenam com um desconto, sobre cada unidade vendida

$$\text{de } \frac{100}{3}\% .$$

Gabarito

Equações Elementares: Aula 1

1. $-\frac{2}{3}$
2. 5
3. -2
4. 1.5
5. Certo
6. $x = \pm 1$ ou $x = \pm 3$
7. a) 96 e b) $24+40 = 64$
8. 3
9. 8
10. 51
11. 0.6
12. 9
13. 12
14. Dica: Escreva a equação na forma genérica literal, subtraia c de ambos os lados da equação, multiplique ambos os lados por 4a e some b^2 em ambos os lados da equação.
15. Dica: Use a fórmula de Bháskara ;-)
16. $(\sqrt{7}, -\sqrt{7})$ Dica: Observe que a expressão pode ser fatorada utilizando diferença de quadrados.
17. A equação não possui raízes reais.
18. $(2, \frac{1}{2})$
- 19.
20. 4 Dica: Se você achou que 2 também é raiz, tente substituí-lo na equação para verificar que, de fato, não o é.

Equações Elementares: Aula 2

1. $x = 1$ e $y = 2$
2. $\frac{3}{4}$
3. $6400\sqrt{3}$
4. Certo
5. 42734
6. Certo
7. 0,193 e 1,193
8. $M = 14641$
9. 1
10. 59
11. 2h40min
12. 12

Desenvolvimento e Fatoração:

1. $2a^3 \cdot b - 10ab^2$
2. $x^2 - y^2$
3. $a^2 + b^2 + 2\sqrt{a \cdot b}$
4. $x^2 + y^2 + z^2 + 2 \cdot (x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z)$

5. $a^3 + b^3$
6. $6ab(2a - 3b - 5b^2)$
7. $7x^6(5 - 6x^6)$
8. $(a - b) \cdot 6b$
9. $(x + 5)^3$
10. $(5 + ab^2)(5 - ab^2)$
11. $(\frac{12x - 1}{10})(\frac{12x + 1}{10})$
12. $(x - 11)(x - 7)$
13. $(2c - 7d)^2$
14. $ax + ay + bx + by$
15. $-(a + b)^2$
16. 1
17. $4x^2 - 12xy + 9y^2$
18. $8x^3 + y^3$
19. $11(a \cdot c \cdot d \cdot x)^3 \cdot b^2$
20. $2x^3 - x^4 - 8x^2$
21. $a^{2n} + 2(a \cdot b)^n + b^{2n}$
22. $(2 + xy)(5y^2 - 3a)$
23. $9p^3$
24. $3x - 8$
25. Dica: use $3 = 4 - 1$
26. $(x^2 + y^2)(a^2 + b^2)$
27. $(a^2 + b^2)^2$
28. $4(t + 7n)(4n - t)$
29. $(2t - 5n + 6)(2t - 5n - 6)$
30. $-(3k - p^2)^2$
31. $5p^{2n}q^n(1 + 3p^{3n}q^n)$
32. $\frac{\sqrt[3]{5^2}}{5}$
33. $-2 - \sqrt{3}$
34. $\frac{[(a - b - c) + 2\sqrt{bc}][\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}]}{(a - b - c)^2 - 4bc}$

Potenciação e Radiciação: Aula 1

1. a) 9 b) -9 c) -8 d) 8
2. 2
3. CECECC
4. $a^{16}b^{11}$
5. $\frac{82}{3}$
6. Certo
7. a) $x = -3$ b) $x = \frac{9}{2}$ c) $x = \frac{1}{4}$ d) $x = \frac{3}{5}$
8. Certo
9. 2
10. Certo

Porcentagem e Juros:

1. 400
2. CCCECECC
3. Errado, a área do terreno II é 50% maior que a área do terreno I.
4. Errado
5. 650 m^3
6. 0,65%
7. Certo
8. 25%
9. $L = 3C$
10. R\$ 60
11. CCC
12. 13%
13. Certo

ALUBase Física

O presente material tem por objetivo revisar e praticar conceitos básicos para as três frentes da física. Os exercícios foram inspirados, em sua maioria, em etapas necessárias para a solução de questões dos vestibulares anteriores da UnB. É importante atentar para o fato de que é necessário segurança nos conceitos tratados nestes exercícios para que não haja dificuldade na prova.

Bom estudo a todos,

1ª Aula

Grandezas e unidades

Exercícios de sala:

Converter as unidades das grandezas seguintes para o sistema internacional (SI).

Obs.: Utilize números decimais para valores menores que a unidade.

- 1 10 cm
- 2 15 dam
- 3 0.2 km
- 4 12 min
- 5 $\frac{1}{3}$ h
- 6 5 ms
- 7 1200 mg
- 8 330 g
- 9 10 cm^2
- 10 0.125 km^2
- 11 350 cm^3
- 12 1000ℓ

Exercícios complementares:

Converter as grandezas seguintes para unidades do sistema internacional (SI).

- 13 160 mm
- 14 5 hm
- 15 1.3 dm
- 16 $2000 \mu\text{s}$
- 17 233 mg
- 18 72 cg

- 19 15 hm^2
- 20 15 hectares
- 21 600 m^3
- 22 600 cm^3

Converter cada grandeza para a unidade solicitada:

- 23 20 m/s para km/h
- 24 108 km/h para m/s
- 25 125 dam/min para km/h
- 26 5 min para h
- 27 125 mm^2 para cm^2
- 28 1200 m^3 para mm^3

Desafio:

- 29 6 ft para m
- 30 29 polegadas para cm
- 31 160 Lbs para unidade correspondente no SI
- 32 16 oz para unidade correspondente no SI

2ª Aula

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Exercícios de sala:

Escrever as seguintes quantidades em notação científica:

- 33 150
- 34 1200
- 35 0.005
- 36 0.0012
- 37 125×10^3
- 38 10
- 39 0.233×10^{-1}
- 40 $\frac{1}{48}$
- 41 12 000 000

Resolva os problemas expressando as respostas numéricas em notação científica.

- 42 Sabendo que um mol corresponde a 6.022×10^{23} unidades e que a carga de um elétron é de $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, calcule a constante de Faraday – F – que corresponde à carga de um mol de elétrons.
- 43 Define-se a corrente de 1A como sendo a carga de 1C por segundo. Se a carga de um elétron é $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, quantos elétrons compõem uma corrente de 20A, durante 15 minutos?

Exercícios complementares:

Escrever as seguintes quantidades em notação científica:

- 44 50
- 45 500
- 46 5000
- 47 5 000 000 000
- 48 50.1
- 49 0.5
- 50 0.05
- 51 0.005
- 52 0.000000005

- 53 120×10^{-9}
 54 0.0012×10^5
 55 $\frac{120}{10^{-7}}$
 56 Um aparelho de radar opera com ondas eletromagnéticas com frequência f de aproximadamente 2.5GHz. Qual é o comprimento de onda λ dessas ondas no ar, sabendo que a velocidade da onda é v e que $\lambda = \frac{v}{f}$?

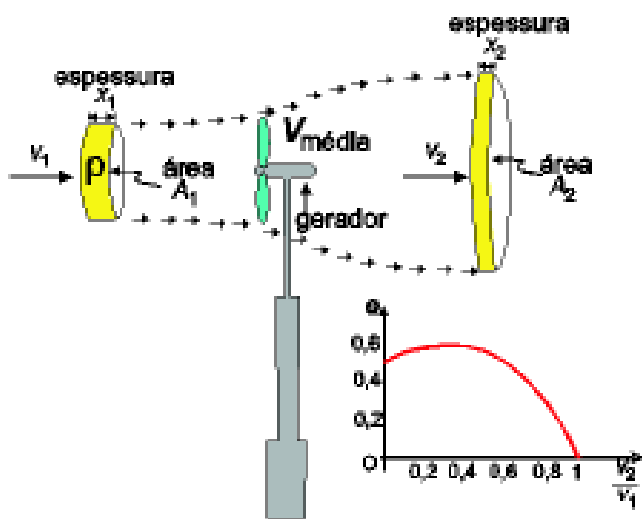
3ª Aula

Manipulação algébrica

Exercícios de sala:

Texto (UnB-2º/2008 – com adaptações)

O vento é o deslocamento de massas de ar provocado por diferenças de pressão atmosférica entre duas regiões distintas. Essas diferenças de pressão têm origem térmica, estando diretamente relacionadas com a radiação solar e com os processos de aquecimento de massas de ar. Converte-se atualmente, de 1% a 2% da energia proveniente do Sol em energia eólica, que é em torno de 50 a 100 vezes superior à energia convertida em biomassa (0,011%) por todas as plantas da Terra. Um sistema de conversão de energia eólica em energia elétrica está esquematizado na figura a seguir.



Nesse esquema, as hélices convertem a energia cinética dos ventos em energia mecânica, que pode ser transformada em energia elétrica. A figura ilustra uma hélice de um gerador eólico atingida por uma massa de ar m , de densidade ρ , contida em uma região cilíndrica imaginária, cuja área da base A_1 e cuja altura é x_1 , que se desloca com velocidade constante v_1 , em um intervalo de tempo $\Delta t = \frac{x_1}{v_1}$. Parte dessa energia faz a hélice girar para gerar eletricidade. Essa massa de ar sai com velocidade v_2 ocupando uma região cilíndrica imaginária R_2 cuja base tem área A_2 e cuja altura é $x_2 < x_1$. A figura mostra também um gráfico da eficiência e do processo de transformação de energia eólica como função da razão $\frac{v_2}{v_1}$.

Com base nessas informações e sabendo que a energia cinética de uma partícula com massa m e velocidade v é dada por $E_c = \frac{mv^2}{2}$, responda às questões seguintes.

- 57 Calcule a energia cinética de uma partícula de massa m e velocidade $2v$.
 58 Calcule a energia cinética de uma partícula de massa $2m$ e velocidade $\frac{v}{2}$.
 59 Uma partícula de massa m e velocidade v tem energia cinética igual a E . Qual a velocidade que esta partícula precisa ter para ter o dobro da energia cinética inicial?
 60 Calcule a área de uma circunferência de comprimento igual a C .
 61 Calcule o volume de ar contido num cilindro de raio da base r e altura x .
 62 Se a densidade do ar é dada por $\rho = \frac{\text{massa}}{\text{Volume}}$, calcule a massa de ar contida em um cilindro, em função da densidade do ar, do raio da base do cilindro e da altura x do cilindro.
 63 Sendo $\Delta t = \frac{x}{v}$, calcule a massa calculada no item anterior em função da densidade do ar, do raio da base do cilindro, da velocidade v e do intervalo de tempo.
 64 Sabendo-se que a potência fornecida às pás do gerador é dada pela razão entre a energia cinética do ar e o intervalo de tempo dado no texto, mostre que essa potência é diretamente proporcional ao cubo da velocidade do ar.
 65 O gráfico da eficiência em função da razão entre as velocidades dado é melhor representado por:
 $R = 3 \times 10^3 \text{ m/s}$
 a) Uma função do segundo grau, com abscissas no intervalo $[0, 1]$, discriminante maior que zero e concavidade voltada para baixo.
 b) Uma função do segundo grau, com abscissas no intervalo $[0, 0.6]$, discriminante menor que zero e concavidade voltada para cima.
 c) Uma função do segundo grau, com abscissas no intervalo $[0, 1]$, discriminante maior que zero e concavidade voltada para cima.
 d) Uma função do segundo grau, com abscissas no intervalo $[-1, 1]$, discriminante igual a zero e concavidade voltada para baixo.
 e) Uma função do segundo grau, com abscissas no intervalo $[0, 1]$, discriminante igual a zero e concavidade voltada para cima.

Exercícios complementares:

- 66 Sabendo que $F_g = \frac{GMm}{R^2}$, que $F_{cp} = m\omega^2 R$ e que $\omega = \frac{2\pi}{T}$, demonstre a terceira lei de Kepler, que afirma que $\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$ se $F_g = F_{cp}$.
 67 Sendo $PV = nRT$, $D = \frac{m}{V}$ e $n = \frac{m}{M}$, mostre que $D = \frac{PM}{RT}$.
 68 Sabendo que o índice de refração de um meio n é definido como sendo a razão entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz nesse meio e que numa incidência de raio de luz oblíqua o seno do ângulo entre o raio de luz e a reta normal à superfície de separação dos dois meios é diretamente proporcional à velocidade da luz no referido meio, mostre a lei de Snell: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$.

Desafio:

69 Mostre que a resultante centrípeta em um movimento circular uniforme é dada por $\frac{v^2}{r}$.

70 Mostre que o período de oscilação de um pêndulo simples é dado por $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

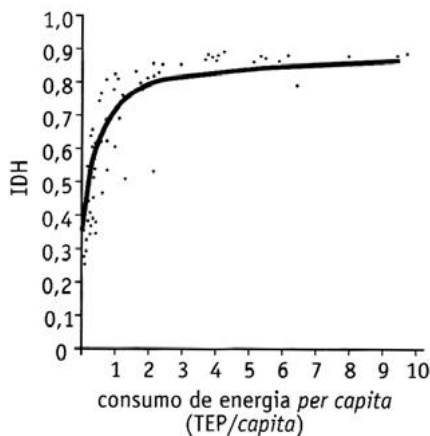
4ª Aula

INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS

Exercícios de sala:

71 O gráfico $v \times t$ a seguir representa o movimento do elevador de uma mina de carvão desde o início até o fundo da mina. Determine a profundidade da mina.

72 (ENEM - Adaptado) As sociedades modernas necessitam cada vez mais de energia. Para entender melhor a relação entre desenvolvimento e consumo de energia, procurou-se relacionar o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) de vários países com o consumo de energia nesses países. O IDH é um indicador social que considera a longevidade, o grau de escolaridade, o PIB (Produto Interno Bruto) per capita e o poder de compra da população. Sua variação é de 0 a 1. Valores do IDH próximos de 1 indicam melhores condições de vida. Tentando-se estabelecer uma relação entre o IDH e o consumo de energia per capita nos diversos países, no biênio 1991-1992, obteve-se o gráfico a seguir, em que cada ponto isolado representa um país, e a linha cheia, uma curva de aproximação.

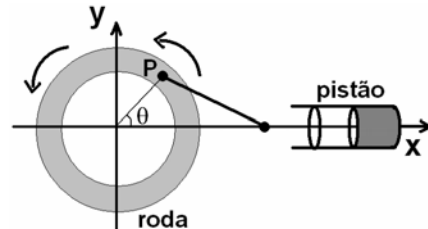


Sobre as informações e o gráfico, assinale a alternativa correta.

- a) Quanto maior o consumo de energia per capita, menor é o IDH.
- b) Os países onde o consumo de energia per capita é menor que 1 TEP não apresentam bons índices de desenvolvimento humano.

- c) Existem países com IDH entre 0.1 e 0.3 com consumo de energia per capita superior a 8 TEP.
- d) Existem países com consumo de energia per capita de 1 TEP e de 5 TEP que apresentam aproximadamente o mesmo IDH cerca de 0,7.
- e) Os países com altos valores de IDH apresentam um grande consumo de energia per capita (acima de 7 TEP).

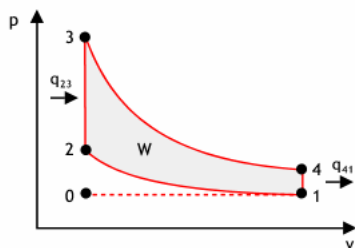
73 (PAS/UnB – Adaptado) A figura a seguir representa um pistão que pode se mover ao longo do eixo x e uma roda, conectada ao pistão por meio de duas hastes articuladas nos pontos marcados com círculos.



Qual dos gráficos abaixo melhor representa a posição vertical $-y$ – do ponto P em função do ângulo θ enquanto a roda gira no sentido indicado?

- a)
- b)
- c)
- d)

A figura abaixo representa um ciclo Otto, num diagrama de pressão versus volume. A respeito das transformações que o gás sofre no funcionamento do ciclo, julgue os itens seguintes, sabendo que é válida a relação $pV = kT$, em que p representa a pressão, v , o volume e T , a temperatura.



- 74 A transformação 23 ocorre com volume constante.
 75 A transformação 41 ocorre com variação de pressão.
 76 O calor fornecido ao ciclo é dado por q_{23} .

Exercícios complementares

- 77 O trabalho realizado pelo gás é dado por q_{41} .
 78 Se a soma de toda a energia que entra no sistema deve ser igual à soma de toda a energia que sai do sistema, então é correto concluir que $q_{23} = q_{41} + \tau$.
 79 (UnB – 2º/2008 – Adaptado) Definindo-se $\eta = \frac{\tau}{q_{23}}$, é correto afirmar que $\eta = 1 + \frac{q_{41}}{q_{23}}$.
 80 A informações do gráfico são suficientes para se concluir que as transformações 12 e 34 ocorrem à temperatura constante.

Desafio:

- 81 Para a máquina da questão 73, esboce o gráfico da posição x do ponto P em função do ângulo θ .
 82 Ainda para a máquina da questão 73, esboce o gráfico da posição x do ponto P em função da posição y do ponto P.
 83 Para o Ciclo Otto, usando apenas o gráfico e a equação dada no texto, esboce as transformações 23 e 41 num diagrama de pressão versus temperatura.

Gabarito:

Aula 1:

1. 0.1 m
2. 150 m
3. 200 m
4. 720 s
5. 1200 s
6. 0.005 s
7. 0.0012 kg
8. 0.33 kg
9. 0.001 m^2
10. $125 \ 000 \text{ m}^2$
11. $0,00035 \text{ m}^3$
12. 1 m^3
13. 0.16 m
14. 500 m
15. 0.13 m
16. 0.002s

17. 0,000233 g
18. 0,00072 g
19. $150 \ 000 \text{ m}^2$
20. $150 \ 000 \text{ m}^2$
21. 0.0006 m^3
22. 0.0006 m^3
23. 72 km/h
24. 30 m/s
25. 75 km/h
26. $\frac{1}{12} \text{ h}$

27. 1.25 cm^2
28. $1 \ 200 \ 000 \text{ mm}^3$
29. 1.829 m
30. 73.66 cm
31. 72.575 kg
32. 0.453592 kg
(Dica: Google)

Aula 2:

33. 1.5×10^2
34. 1.2×10^3
35. 5×10^{-3}
36. 1.2×10^{-3}
37. 1.25×10^5
38. 1×10^1
39. 2.33×10^{-2}
40. 2.083×10^{-2}
41. 1.2×10^7
42. $9.6352 \times 10^4 \text{ C/mol}$
43. 1.125×10^{23}
44. 5×10^1
45. 5×10^2
46. 5×10^3
47. 5×10^9
48. 5.01×10^1
49. 5×10^{-1}
50. 5×10^{-2}
51. 5×10^{-3}
52. 5×10^{-9}
53. 1.2×10^{-7}
54. 1.2×10^2
55. 1.2×10^9
56. 0.12 m

Aula 3

57. $2mv^2$
58. $\frac{mv^2}{4}$

59. $\sqrt{2}v$

60. $\frac{C^2}{4\pi}$

61. $\pi r^2 x$

62. $\rho \pi r^2 x$

63. $\rho \pi r^2 v \Delta t$

64. $P = \frac{E_c}{\Delta t} = \frac{mv^2}{2\Delta t} = \left(\frac{\rho \pi r^2}{2} \right) v^3$ (c.q.d.)

65. a)

66. Dica: Deve-se encontrar $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$

67. Dica: A expressão representa a densidade de um gás ideal.

68. Dica: O índice de refração é inversamente proporcional à velocidade, que é diretamente proporcional ao seno do ângulo. Use essa informação para os dois meios.

69. Dica: Faça um círculo, marque dois pontos próximos da trajetória, desenhe os vetores velocidade inicial e final e indique um ângulo pequeno de varredura. Em seguida, use a simplificação $\sin(\theta) = \text{tg}(\theta) = \theta$ e $\cos(\theta) = 1$, que vem sendo explorada pelo CESPE em diversas situações em que algum ângulo é pequeno (por exemplo, no 2º/2008 com a questão do fio de cabelo e no 1º/2008 com a questão dos pêndulos eletrostáticos). Lembre-se de que aceleração é a razão entre a diferença entre as velocidades final e inicial e o intervalo de tempo que se passou. Decomponha os vetores e faça a subtração vetorial desejada. Após isso, basta usar a segunda lei de Newton.

70. Dica: Desenhe o pêndulo em suas duas posições extremas, desenhando os vetores força que agem sobre ele (peso e tração). Note que a tração é a resultante centrípeta e, usando a simplificação do item anterior, bem como a expressão da aceleração centrípeta,

encontra-se $v = \sqrt{g\ell}$. Usando que $v = \frac{2\pi\ell}{T}$, chega-se à expressão solicitada.

Aula 4

71. 20 m

72. Alternativa E

73. Alternativa A

74. C

75. C

76. E

77. E

78. C

79. C

80. E

81. Gráfico cossenoidal com valor máximo igual ao raio da circunferência descrita pelo ponto P.

82. Gráfico de uma circunferência de centro (0 : 0) e raio igual ao raio da circunferência descrita pelo Ponto P.

83. Como as transformações 23 e 41 são isovolumétricas, os seus gráficos P x T serão retas crescentes que cruzam a origem do plano cartesiano, sendo a transformação 23 possuidora do gráfico de maior inclinação.

Equipe Elaboradora

Matemática - Daniel Barros e Guilherme Girão

Física - Guilherme Girão

Produção e Revisão Gramatical

Guilherme Girão

Diagramação

Laércio Aguiar

Impressão

Ativa Editora - Adimar Andrade da Silva-EPP

Tabela Periódica

Número atômico		Massa atômica	
Z	E	A	A
1	H	1,0	
2	He	4	
3	Li	6,9	
4	Be	9	
5	B	10,8	
6	C	12	
7	N	14	
8	O	16	
9	F	19	
10	Ne	20,2	
11	Na	23	
12	Mg	24,3	
13	Al	27	
14	Si	28,1	
15	P	31	
16	S	32,1	
17	Cl	35,5	
18	Ar	39,9	
19	K	39,1	
20	Ca	40,1	
21	Sc	45	
22	Ti	47,9	
23	V	50,9	
24	Cr	52	
25	Mn	54,9	
26	Fe	55,8	
27	Co	58,9	
28	Ni	58,7	
29	Cu	63,5	
30	Zn	65,4	
31	Ga	69,7	
32	Ge	72,6	
33	As	74,9	
34	Se	79,9	
35	Br	79,9	
36	Kr	83,8	
37	Rb	85,5	
38	Sr	87,6	
39	Y	88,9	
40	Zr	91,2	
41	Nb	92,9	
42	Mo	95,9	
43	Tc	101,1	
44	Ru	101,1	
45	Rh	106,4	
46	Pd	106,4	
47	Ag	107,9	
48	Cd	112,4	
49	In	114,8	
50	Sn	118,7	
51	Sb	121,8	
52	Te	127,6	
53	I	126,9	
54	Xe	131,3	
55	Cs	132,9	
56	Ba	137,3	
57	La	138,9	
58	Ce	140,1	
59	Pr	140,9	
60	Nd	144,2	
61	Pm	145	
62	Sm	150,4	
63	Eu	152	
64	Gd	157,3	
65	Tb	158,9	
66	Dy	162,5	
67	Ho	164,9	
68	Er	167,3	
69	Tm	168,9	
70	Yb	173	
71	Lu	175	
72	Hf	178,5	
73	Ta	180,9	
74	W	183,8	
75	Re	186,2	
76	Os	190,2	
77	Ir	192,2	
78	Pt	195,1	
79	Au	197	
80	Hg	200,6	
81	Tl	204,4	
82	Pb	207,2	
83	Bi	209	
84	Po	209	
85	At	210	
86	Rn	222	
87	Fr	223	
88	Ra	226	
89	Ac	227	
90	Th	232	
91	Pa	231	
92	U	238	
93	Np	237	
94	Pu	242	
95	Am	243	
96	Cm	247	
97	Bk	247	
98	Cf	251	
99	Es	252	
100	Fm	257	
101	Md	258	
102	No	259	
103	Lr	260	